

روش های بهینه سازی تیرهای بتنی مستطیلی

حمید اسکندری نداف^{۱*}، مهران شریعت^۲، محمد صادقیان^۳

۱- استادیار گروه عمران، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه حکیم سبزواری

۲- کارشناس ارشد سازه، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه حکیم سبزواری

۳- دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه حکیم سبزواری

خلاصه

بهینه سازی کاربرد گسترده ای در شاخه های مختلف علمی از جمله مهندسی عمران پیدا کرده است. در بهینه سازی سازه ها، اهداف طراحی، معیارهای سازه ای جهت تخمین قابلیت سازه ها، ظرفیت و حداقل نمودن هزینه های ساخت و تولید می باشد. در این بررسی، هدف طراحی بهینه تیرهای بتنی با استفاده از روش های گوناگون جهت بهترین طراحی سازه ها، به معنی اقتصادی ترین سازه بدون خدشه دار کردن اهداف اصلی تیر می باشد که بر اساس آیین نامه آمریکا و با استفاده از نرم افزارهای رایانه ای انجام شده و نتایج آن با نتایج حاصل از روش های کلاسیک مقایسه گردید.

کلمات کلیدی: تابع هدف، تیرهای بتنی، طراحی بهینه

۱. مقدمه

امروزه سازه ها پس از تعیین ابعاد مقاطع و نوع مواد بر اساس استاندارد، تحلیل شده و بر اساس استانداردها طراحی می گردد [۶] و سپس تلاش می گردد طراحی را بر اساس انتخاب میلگردها به نحوی که محدودیت های آیین نامه ای را برآورده نمایند، صورت می پذیرد. اگرچه این روش سعی و خطا یک طرح ایمن را به دنبال دارد، اما معمولاً به طراحی بهینه منجر نمی شود [۴]. از آنجا که هزینه مواد و مصالح مصرفی یکی از عوامل اصلی در ساخت و ساز می باشد، کاهش آن با استفاده از کمینه کردن وزن یا حجم یک سیستم سازه ای، فرایندی با ارزش است [۷ و ۳]. بنابراین می توان چنین انتظار داشت که اگر از امکانات قابل دسترس به بهترین نحو استفاده به عمل آید و چیزهای مورد نظر، تحلیل، طراحی و ساخته شوند، آنگاه یک کار مفید مهندسی انجام پذیرفته است [۲]. بهینه سازی سازه ها نیازمند انتخاب از میان لیست متغیرها و گزینه های در دسترس می باشند، لذا باید با تعریف یک الگو و تابع هدف، کار را آغاز کرد و با یک فن محاسباتی، تحلیل و طراحی را ادامه داد و آن را به انجام رسانید [۱ و ۲۹]. بهینه ساختن هزینه ها برای تیرهای یک دهانه و چند دهانه بررسی شده و هم چنین متغیرهای طراحی تابع هزینه آن ها علاوه بر ابعاد مقطع و نسبت فولاد، کیفیت بتن شامل خوردگی را در بر می گیرد [۳۴]. استفاده از روش الگوریتم ژنتیک نسبت به روش های کلاسیک کاهش گرادیان و روش نقطه داخلی، کاهش هزینه ها را در پی خواهد داشت [۱۸ و ۲۸]. یک مدل هندسی جهت به حداقل رساندن هزینه های طراحی یک تیر با توجه به هزینه مواد و شاترینگ ارائه می شود [۱۳]. علاوه بر بهینه ساختن هزینه ها، مقاومت مورد نیاز برای بارگذاری

* Corresponding author: Hamid Eskandari-Naddaf
Email: hamidiisc@yahoo.com

اعمال شده نیز فراهم می شود [۲۳ و ۳۷]. کاربرد روش بهینه سازی simulated annealing، با استفاده از نرم افزار MATLAB برای طراحی تیرها ارائه می شود [۱۵]. طراحی بهینه ابعاد و سطوح فولاد را با استفاده از روابط ساده به جای استفاده از روابط پیچیده با کمترین تفاوت انجام شده است [۱۵]. مطالعات انجام گرفته بر اساس روابط تجربی رفتارهای خمش و لغزش بین فولاد و بتن توسط روش طراحی بر اساس برنامه نویسی ریاضی برای سازه های SRC را ارائه شده است [۳۲]. کاربرد روش ضرایب لاگرانژ جهت به حداقل رساندن هزینه های طراحی تیرهای مجزا و دابل گزارش شده است؛ علاوه بر آن آنالیز حساسیت هزینه ها نیز انجام شده است [۱۱ و ۳۵]. مقایسه بین روش بهینه سازی کلاسیک و روش بهینه سازی اکتشافی با نام الگوریتم ژنتیک انجام شده است [۳۰]. نوع جدیدی از میلگردها به جای خاموت ها در تیرهای بتنی جهت تقویت برشی مقطع به صورت مایل جایگذاری می شوند که انتخاب بهترین نوع و شکل این میلگردها جهت حداقل کردن هزینه ها، نیازمند تحلیل نتایج آزمایشات بر روی تعدادی نمونه آزمایشگاهی می باشد [۲۶]. طراحی بهینه بتن به صورت خمشی برای تیرهای مستطیلی، مثلثی، مثلثی وارونه، دوزنقه ای و دوزنقه ای معکوس بر اساس هندسه مقطع و آیین نامه آمریکا صورت می گیرد و نتایج حاکی از این است که هزینه های مقطع مثلثی حدود ۱۲ الی ۳۷ درصد کمتر از دیگر مقاطع دیگر می باشد [۲۵]. بهینه سازی هندسی تیرهای چنددهانه RC برای هر نوع بارگذاری دینامیکی نیز صورت گرفته است [۲۸]. برای یک مقاومت مورد نظر به حداقل رساندن جرم تیر دو سر ساده و کنسولی با استفاده از نرم افزارهای COMSOL و MATLAB و CATIA صورت می گیرد [۱۷ و ۳۱ و ۳۶]. تاثیر انواع بارگذاری های خمشی و برشی بر روی تعدادی نمونه بتنی حاکی از آن است که با کاهش نسبت هزینه واحد فولاد در هر تن به هزینه بتن در هر متر مکعب هزینه کلی تیر را کاهش می دهد [۳۳]. طراحی های بهینه بر اساس نمودار تنش کرنش در EC2-2001 و MC90 برای هر دو تیرهای تقویت شده مجزا و دابل با آیین نامه ACI مقایسه شده است [۲۴]. می توان انتظار داشت که با کاهش ابعاد تیر مستطیلی، کاهش هزینه ها را داشته باشیم، ولی، با کاهش ابعاد، نقش میلگردها افزایش می یابد؛ بنابراین انتخاب ابعاد بهینه مستلزم طراحی مناسب است [۱۹]. برای تخمین حداقل میلگرد تقویت برشی توسط آزمایشات تجربی بر روی تیرهای کوچک قابل محاسبه است [۹]. متغیرهای خارجی طراحی از جمله هندسه مقطع و خصوصیات مواد مقطع تیر، با استفاده از روابط ساده تجربی و عملی به جای استفاده از روابط محاسباتی کامپیوتری، قابل محاسبه است [۸]. تحقیق بر اساس بهینه اقتصادی میلگردهای طولی و ارتفاع مناسب مقطع امری ارزشمند جهت اقتصادی نمودن تیر مستطیلی بتنی می باشد [۲۱]. می توان در طراحی ها با استفاده از ترکیبات طراحی به صورت دستی به طراحی ها پرداخت [۱۲]. شرایط تکیه گاهی، قیمت مواد، بار اعمال شده و تنش تسلیم فولاد بر خلاف مقاومت بتن و عرض تیر تاثیر زیادی در نسبت بهینه فولاد دارد [۲۲]. نسبت بهینه فولاد در تیر بتنی در طول یک دهانه ممکن است ثابت نباشد و در طول دهانه تغییر کند [۵]. روش خطوط تنش اصلی یک روش جدید جهت طراحی بهینه تیرهاست [۳۸]. بهینه سازی مبتنی بر عملکرد (PBO) روشی مناسب برای طراحی بهینه اتصالات بین تیر و ستون های بتنی می باشد [۲۰]. الگوریتم بهینه سازی فرآیند مفید شده احتمالی، پاسخی با تقریب مناسب برای بارگذاری های مفروض ارائه می دهد [۱۶]. با استفاده از نمودارهای نیرو و خمش می توان به بهینه سازی تیرهای بتنی با هر شکل مقطع و ارتفاع، پرداخت [۱۴].

۲. روش های بهینه سازی تیر بتنی

استفاده از روش های مختلف جهت بهینه ساختن تیرها به طوری که بتن و فولاد مصرفی حداقل گردد، با همان کارایی نتایج روش های استاندارد ارائه می گردد. ابتدا دو روش عددی و سپس روش ضرایب لاگرانژ و در انتها روش سیمپلکس ارائه می گردد. هدف، روشی مناسب برای بهینه ساختن هزینه های فولاد و بتن و قالبها می باشد. برای این کار ما نیازمند یک تابع هدف کلی هستیم که نشان دهنده هزینه های کلی تیر اعم از هزینه های فولاد، بتن و قالبها باشد. فرمول زیر تابع هدف اصلی ما نیز می باشد.

$$C = C_c b h + C_s (A_s + A'_s) + C_f (b + 2h) + A_b \text{ num} . \text{scir} . C_s - C_c (A_s + A'_s + A_b . \text{num} . \text{scir}) \quad (1)$$

که در اینجا C_c هزینه بتن در واحد حجم، C_s هزینه فولاد در واحد حجم، C_f هزینه قالب در واحد سطح، num تعداد خاموتها، scir محیط خاموت، A_b سطح مقطع عرضی خاموتها، A_s و A'_s سطح مقطع عرضی آرماتورهای طولی می باشد.

پس از معرفی نمودن تابع هدف، محاسبه آن مستلزم ارضا نمودن محدودیت های زیر نیز می باشد.

$$\frac{5.w.l^4}{384.E_c I_e} \leq \frac{l}{360} \quad (2)$$

(ب) نسبت آرماتورها در تیر باید در محدوده مناسب طبق رابطه زیر قرار گیرد

$$\rho_{min} \leq \rho_t \leq \rho_{max} \quad (3)$$

که در اینجا $\rho_{min} = \frac{1.4}{f_y}$ و $\rho_{max} = 0.025$ می باشد.

(ج) ارتفاع تیرها معمولاً در محدوده زیر قرار می گیرند.

$$h_{min} \leq L \leq h_{max} \quad (4)$$

$$h_{min} \cong \frac{L}{16}$$

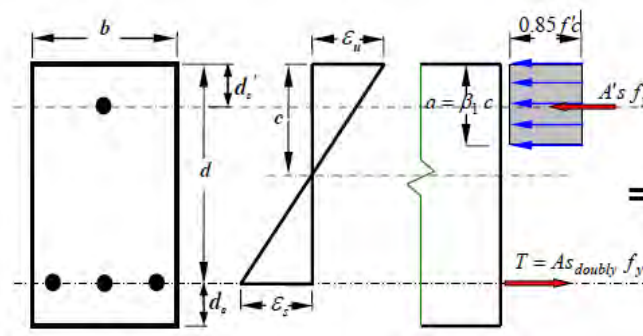
$$h_{max} \cong \frac{2L}{16}$$

(د) تیرها چون از آن دسته عضوایی هست که تحت خمش بالایی قرار می گیرند، نیاز است که تیر بهینه سازی شده، مقاومت خمشی کافی را نیز داشته باشد.

$$(A_s - A'_s) f_y \left(d - \frac{a}{2} \right) + A'_s f_y (d - d_s) \geq M_u \quad (5)$$

$$a = \frac{\rho_u f_y}{0.85 f'_c} d \quad (6)$$

که در اینجا f_y تنش تسلیم فولاد، f'_c مقاومت فشاری بتن، M_u تنش خمشی وارده حداکثر و A_s و A'_s سطح مقطع عرضی آرماتورهای طولی می باشد.



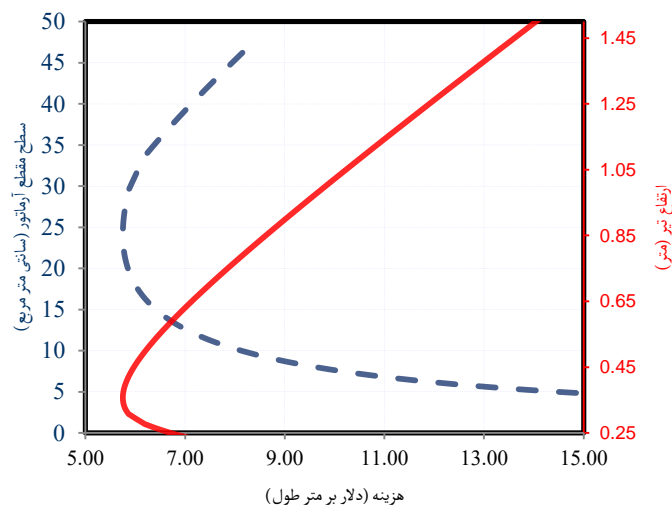
شکل (۱) مقطع تیر تقویت شده با بلوک تنش مستطیلی

۳- روشهای بهینه سازی

در ذیل تعدادی از روشهای موجود که در این زمینه مورد استفاده قرار گرفته اند اشاره می گردد.

۳-۱ مدل سازی ریاضی

در این روش با در نظر گرفتن مقادیر فرضی برای AS و d ، مقدار C محاسبه شده و با استفاده از نرم افزارهای برنامه نویسی مانند متلب، توسط سیکل های متعدد برای مقادیر متفاوت AS و d ، مقادیر C جدید محاسبه می شود تا اینکه مقدار C جدید کوچکترین مقدار خود را به دست آورد. مقدار AS و d به دست آمده مقادیرهای بهینه خود را دارند و این جواب مساله است. لازم به ذکر است تمامی محاسبات باید محدودیت های زیر را رعایت کنند



شکل ۲: منحنی تغییرات هزینه نسبت به تغییرات ارتفاع و سطح مقطع آرمانورها

$$\rho_{min} \leq \rho_t \leq \rho_{max} \quad (7)$$

که در اینجا $\rho_{min} = \frac{1.4}{f_y}$ و $\rho_{max} = 0.025$ می باشد

$$h_{min} \leq L \leq h_{max} \quad (8)$$

$$h_{min} \cong \frac{L}{16}$$

$$h_{max} \cong \frac{2L}{16}$$

if : d_i, A_{s_i} evaluate $C(d_i, A_{s_i})$
if : $d_{i+1}, A_{s_{i+1}}$ evaluate $C(d_{i+1}, A_{s_{i+1}})$
evaluate $C(d_{i+1}, A_{s_{i+1}})$
until
 $C(d_{i+1}, A_{s_{i+1}}) > C(d_i, A_{s_i})$

۲-۳ روش عددی تحت تغییرات ارتفاع

در روش عددی دیگر و به طور مشابه با استفاده از نرم افزارهای رایانه‌ای تغییرات هزینه، تحت تغییرات ارتفاع حداکثر تا حداقل بدست می‌آید. سپس ارتفاع معادل با حداقل هزینه به دست آمده، ارتفاع بهینه می‌باشد. محدودیت‌های زیر در این روش مورد لحاظ قرار می‌گیرند.

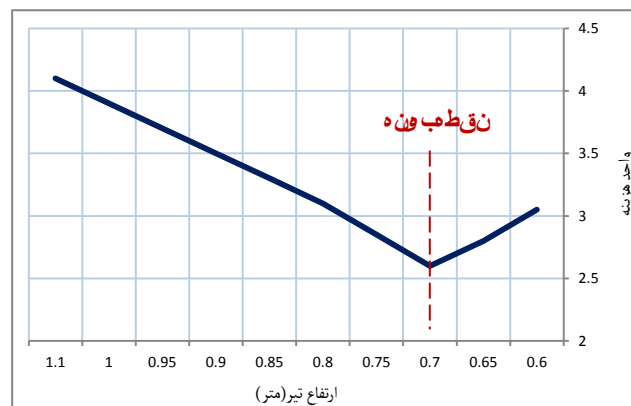
$$h_{min} \leq L \leq h_{max} \quad (9)$$

$$h_{min} \cong \frac{L}{16}$$

$$h_{max} \cong \frac{2L}{16}$$

$$\frac{5.w.l^4}{384.E_c I_e} \leq \frac{l}{360} \quad (10)$$

جهت راحتی کار می‌توان نموداری رسم نمود که تغییرات هزینه را نسبت به تغییرات ارتفاع نشان می‌دهد. طبق نمودار متوجه می‌شویم که نقطه حداقل نمودار کمترین هزینه و مطابق آن ارتفاع متناظر با آن ارتفاع بهینه را نشان می‌دهد.



شکل ۳: منحنی تغییرات هزینه نسبت به تغییرات ارتفاع تیر

۳-۳ روش لاگرانژ

روش لاگرانژ روشی برای بهینه سازی یک فرمول چند متغیره، تحت محدودیت های تعریف شده است. تابع رابطه (۱۱) در اینجا تابع هزینه‌هاست که قصد بهینه ساختن آن را داریم و به دلیل ارضا نمودن ظرفیت خمشی مورد نظر، تابع رابطه (۱۲) به عنوان محدودیت تابع هدف اصلی در نظر گرفته می‌شود. با به کارگیری روش لاگرانژ، نسبت فولاد بهینه، عمق مؤثر بهینه و لنگر متناظر با آن را می‌توان محاسبه نمود. در روش لاگرانژ نخست تابع هدف را به صورت زیر حدس می‌زنیم:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (11)$$

و تابع محدودیت به صورت زیر می باشد:

$$g(x_1, x_2, \dots, x_m) = 0 \quad i=1,2,\dots,m \quad (12)$$

که در اینجا n تعداد متغیرهای مستقل و m تعداد محدودیت هاست، که مقدار m باید کمتر از n باشد. سپس تابع لاگرانژ به صورت زیر حاصل می گردد

$$L(x_1, x_2, \dots, x_n, \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m) \quad (13)$$

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) + \sum_{i=1}^m \lambda_i g_i(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

سپس با مشتق گیری تابع به دست آمده نسبت به x و λ ، مقدارهای x و λ ای که تابع اصلی را بهینه می کند، به دست می آیند.

$$\frac{dL}{dx_k} = \frac{df}{dx_k} + \sum_{i=1}^m \lambda_i \frac{dg_i}{dx_k} = 0, \quad k = 1, 2, \dots, n, \quad (14)$$

و

$$\frac{dL}{dx_k} = g_i = 0, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (15)$$

محدودیت در نظر گرفته شده در این روش، محدودیت خمشی می باشد.

$$(A_s - A'_s) f_y \left(d - \frac{a}{2} \right) + A'_s f_y (d - d_s) \geq M_u \quad (16)$$

$$a = \frac{\rho_u f_y}{0.85 f'_c} d$$

و با داشتن تابع هدف، تابع هدف اصلی لاگرانژ به صورت زیر در می آید.

$$F(\rho, d, \lambda) = C_c b h + C_s (A_s + A'_s) + C_f (b + 2h) + A_b \text{ num. scir} \cdot C_s - C_c (A_s + A'_s + A_b \text{ num. scir}) + \lambda ((A_s - A'_s) f_y \left(d - \frac{a}{2} \right) + A'_s f_y (d - d_s) - M_u) \quad (17)$$

که طبق روش ضرایب لاگرانژ، با مشتق گرفتن از تابع نسبت به پارامترهایی که مقدار بهینه آن ها مدنظر می باشد، نسبت بهینه و عمق موثر بهینه بنا به روابط (۱۵) و (۱۴) حاصل می گردد.

$$\frac{df}{d\lambda} = (A_s - A'_s) f_y \left(d - \frac{a}{2} \right) + A'_s f_y (d - d_s) - M_u = 0 \quad (18)$$

$$\frac{df}{dd} = C_c b + 2 C_f + 0.5 \lambda ((A_s - A'_s) f_y + A'_s f_y) = 0 \quad (19)$$

$$\frac{df}{d\rho} = C_s \cdot b \cdot d - C_c \cdot b \cdot d + \lambda (A_s - A'_s) \rho \cdot b \cdot d^2 \cdot f_y \frac{f_y}{0.85 f'_c} d = 0 \quad (20)$$

۳-۴ روش سیمپلکس

روش سیمپلکس الگوریتمی ساده است که با داشتن تابع هدف چند متغیره و محدودیت‌ها می‌توان به مقدار بهینه دست یافت.

$$\begin{cases} \max(-C) = \sum_{i=1}^n c_i x_i \\ \sum_{i=1}^n a_{ij} x_i \leq b_j & j = 1, 2, \dots, n \\ x_i \geq 0 & i = 1, 2, \dots, n \end{cases}$$

از دیگر روش‌های محاسبه حداقل هزینه، روش ترسیمی می‌باشد. در این روش تابع هدف و محدودیت‌ها در دستگاه مختصات دو بعدی رسم می‌شوند و اقدام به پیدا نمودن نقطه‌ای می‌کنیم که به کمترین هزینه منجر می‌شود.

۴- تحلیل و بررسی روش‌های فوق

از محدودیت‌های روش عددی تحت تغییرات ارتفاع این است که مقاومت خمشی مقطع عرضی را در نظر می‌گیرد. به دلیل اینکه تیرها از اعضای هستند که بیشتر تحت لنگر خمشی قرار می‌گیرند، این محدودیت می‌تواند مفید واقع گردد. محدودیت دیگر این روش تغییر شکل‌هاست، چون تیرها از آن دسته عضوهای سازه‌ای هستند که تغییر شکل بیشتری نسبت به دیگر اعضا دارند، این محدودیت موثر می‌باشد. اگر این روش را برای نمونه‌های مختلف محاسبه نماییم و فولاد موجود در تیر را افزایش و عمق موثر تیر را کاهش دهیم، به افزایش نسبت هزینه بتن به هزینه فولاد در واحد حجم منجر خواهد شد و رسیدن به حداقل هزینه‌های کلی مستلزم در نظر گرفتن پاسخ‌های حاصله از روش عددی مذکور می‌باشد. در روش عددی *Simulated Annealing*، محدودیت‌های نسبت آرماتورها و ارتفاع را در نظر گرفته می‌گیرد. اگر در این روش دهانه‌های مختلف تیرها را بررسی نماییم، به مستقیم بودن رابطه ارتفاع بهینه تیرها به طول دهانه تیر خواهیم رسید. می‌توان گفت که الزام کاهش ابعاد تیرها منجر به کاهش هزینه‌ها نخواهد شد، زیرا آرماتورها ارتباط معکوسی با ابعاد تیر دارند، چون با کاهش ابعاد مقطع، نقش آرماتورها برای مقاومت کردن در برابر نیروها پررنگ تر خواهد شد. بدیهی است که افزایش قیمت فولاد به کاهش فولاد مصرفی و در نتیجه به افزایش ابعاد مقطع منجر می‌شود. در دهانه‌های کوچک همیشه این روش جوابگو نمی‌باشد و به هزینه بهینه منجر نمی‌شود ولی هرچه دهانه بزرگتر گردد، استفاده از این روش بهتر می‌باشد. کاهش نسبت عرض تیر به ارتفاع آن به خصوص برای بارهای سنگین از نقطه نظر اقتصادی مناسب خواهد بود و باعث کاهش هزینه‌های کلی خواهد شد. در روش لاگرانژ بحث آنالیز حساسیت را می‌توان مورد بررسی قرار داد، که نحوه تغییرات و تاثیرات هر یک از پارامترهای عمق موثر، مقدار و نسبت فولاد و هزینه‌های کلی را نسبت به یکدیگر بررسی می‌کند. اگر روش لاگرانژ را برای ارتفاع مختلف تیرها انجام دهیم، متوجه می‌شویم که با کاهش ارتفاع، نسبت فولاد افزایش، ولی هزینه‌های کلی در واحد طول کاهش می‌یابد. بنابراین می‌توان چنین نتیجه گرفت که برای هر طول متفاوت از تیرها، کمترین هزینه می‌تواند با افزایش سطح مقطع عرضی فولاد و کاهش عمق تیر بدست آید. روش‌های عددی مقدارهای بهینه فقط با توجه به تغییر تعدادی متغیر خاص انجام می‌گیرد و متغیرهای دیگر را در نظر نمی‌گیرد، در صورتی که ممکن است این متغیرها مقدارهای دیگری داشته باشند تا مقدار هزینه تحت این مقادیر کمتر گردد، به عبارت دیگر متغیرهایی که ثابت در نظر گرفته شده‌اند، ممکن است نقشی اساسی در هزینه‌های کلی تیر داشته باشند و به جواب-

های اصلی نخواهیم رسید. اما حسن این روش این است که با اختیار نمودن بازه های بسیار کوچک برای متغیرها، می توان دقت محاسبات را افزایش داد. در روش لاگرانژ محاسبات از دقت بالایی برخوردارند، اگرچه نسبت به روش های عددی به زمان بیشتری نیازمند است. در روش سیمپلکس می توان محاسبات را به صورت دستی و یا با نرم افزارهای مربوط (LINGO و MINITAB و...) انجام داد که در حالت محاسبات دستی دقت کمتر از محاسبات رایانه ای می باشد. در روش ترسیم هم چون با ترسیم دستی نمودار سر و کار داریم دقت پاسخ نیز نسبت به دیگر روش ها بسیار کمتر خواهد بود.

۵- نتیجه گیری

بررسی های فوق نشان داد که در حالت کلی با کاهش ارتفاع مقطع تیر و افزایش در نسبت سطح مقطع فولاد در طول های مختلف دهانه، هزینه های کلی کاهش می یابد. همچنین در روش های عددی به دلیل انجام محاسبات فقط بر روی تعدادی متغیر محدود، در مقایسه با روش لاگرانژ به دلیل در نظر گرفتن تمام متغیرها در انجام محاسبات، به جواب های منطقی تری خواهد رسید. بنابراین انتظار می رود روش لاگرانژ به دلیل دقت در انجام محاسبات و محاسبه مقدار بهینه هر متغیر دلخواه که کمترین هزینه را به دست می دهد، می تواند در تحقیقات آینده مورد استفاده قرار گیرد.

مراجع

- ۱- شهروزی محسن، راحمی امیرعباس، "ویژه سازی جستجوی هماهنگی برای بهینه یابی در مهندسی عمران"، پنجمین کنگره ملی مهندسی عمران، ۱۴ تا ۱۶ اردیبهشت ۱۳۸۹، دانشگاه فردوسی مشهد
- ۲- رضائی پژند محمد، سالاری محمد رضا، "درباره بهینه سازی سازه ها و ارائه یک روش نو"، نشریه دانشکده فنی، ۱۳۷۲
- ۳- طهانی مسعود، عباچی زاده مهدی، "بررسی روشهای مختلف بهینه سازی سازه های کامپوزیتی"، چهاردهمین کنفرانس سالانه (بین المللی) مهندسی مکانیک انجمن مهندسان مکانیک ایران، اصفهان، ۲۰۰۶
- ۴- ورعی حسام، احمدی ندوشن بهروز، "بهینه سازی و آنالیز حساسیت دیوارهای حایل بتنی طره ای"، پنجمین کنگره ملی مهندسی عمران، ۱۴ تا ۱۶ اردیبهشت ۱۳۸۹، دانشگاه فردوسی مشهد، صفحه ۱ تا ۸
- 5- Adamu, A. and Karihaloo, "Minimum cost design of RC beams using DCOC. Part II: beams with uniform cross-sections", 1994,252-259
- 6- a. kaveh and m.s.massoudi , "cost optimization of a composite floor system using ant colony system", Shiraz University, Transactions of Civil Engineering ,Volume 36, Issue 2, Summer2012,Page139-148
- 7- Alexander Kosloski , "cost and embodied energy optimization of Rectangular reinforced concrete beams", 2013,Paper 1776
- 8- Ana lucia h. c el debs ,anselmochavesneto , Isabella andreczewski, Roberto Mauro felixsquarcio , Sachiko araki lira , "optimization of cross section of reinforced concrete beam using experimental design", Rio de Janeiro, 30 May - 03 June 2005, Brazil

- 9- AppaRao. G, Injaganeri. S. S, “minimum shear reinforcement for optimum ductility of reinforced concrete beams” , International Journal of Research in Engineering and Technology India
- 10- Barros, C. Ferreira, “closed form solution of the optimality condition for the design of rectangular reinforced concrete section” ,Porto/Portugal, Engineering Computations, Vol. 21 Issue: 7, 2004,pp.761 – 776
- 11- B. Ceranic and C. Fryer , “Sensitivity analysis and optimum design curves for the minimum cost design of singly And doubly reinforced concrete beams ”,Structural and Multidisciplinary Optimization,Volume20, Issue 4, December 2000, pp 260-268
- 12- Berkeley , “Reinforced Concrete Design Manual”, California, USA , No. Monograph, 2010
- 13- b.k. chakrabarty, “Models for optimal design of reinforced concrete beams” ,Computers & Structures,Volume 42, Issue 3, 3 February 1992, Pages 447–451
- 14- Diaz Huedo, J. I. Montero Martinez, J. , Galletero Montero, “Dimensioning of longitudinal reinforcements in concrete beams with a non-rectangular section and variable height” , Spanish Journal of Agricultural Research, Vol 3, No 4 , 2005 , 367-376
- 15- Dr. AlaaChasebGaleb, “optimum design of reinforced concrete Rectangular beams using simulated annealing”, University of Basrah, Basrah, Iraq
- 16- Ghaemi Mohsen, “Topology optimization problems using optimality criteria methods”, 2009
- 17- Gines Santos Falcón, Sergio González Garcia, Mariana PeixotoPiraciaba,VâniaKaram, Jean Marie Désir ,“ A Technique for Optimal Sizing of Flexural Reinforced Concrete Beams”, Rio de Janeiro, Brazil , 2008
- 18- HyoSeon Park, Bongkeun Kwon, Yunah Shin, Yousok Kim, Taehoon Hong, and Se Woon Choi , “Cost and CO2 Emission Optimization of Steel Reinforced Concrete Columns in High-Rise Buildings” , Energies, vol. 6, issue 11,2013 ,5609-5624
- 19- KhattabSaleem Abdul-Razzaq, “decision making to identify section dimension that produce economic design for reinforced concrete beams”, University of Diyala , Structural and Multidisciplinary Optimization 30.3, 2010, pp.268-285
- 20- Liang, Qing Quan , “Performance-based optimization of strut-and-tie models in reinforced concrete beam-column connections” In: 10th East Asia-Pacific Conference on Structural Engineering and Construction: Materials, Experimentation, Maintenance and Rehabilitation (EASEC-10), Bangkok, Thailand, 2006, vol. 4, pp. 347-352

- 21- Liu Ping, GuZongAng, “Research on Longitudinal Reinforcement Ratio of Reinforced Concrete Rectangular Section Single- reinforced Beam”, Applied Mechanics and Materials Vols. 405, 2013 , pp 985-988
- 22- mahmod. msamman, h. fuaterbaturt , “Steel ratios for cost optimum reinforced concrete beams”, Building and Enviroment, Volume 30, Issue 4, October 1995, Pages 545–551
- 23- MatejLeps, Michal Sejnoha , “New approach to optimization of reinforced concrete beams”, Computers & Structures, Volume 81, Issues 18–19, August 2003, Pages 1957–1966
- 24- M.H.F.M. Barros, R.A.F. Martins, A.F.M. Barros, “Cost optimization of singly and doubly reinforced concrete beams with ec2-2001”, Structural and Multidisciplinary Optimization , Volume 30, Issue 3, September 2005, pp. 236-242
- 25- Mohammed S. Al-Ansari, “flexural safety cost of optimized Reinforced concrete Beams”, International Journal of Civil Engineering , Volume 4, Issue 2, March - April, 2013, pp. 15-35
- 26- Naiem M. Asha1, Moayyad M. Al-Nasra1, Abdelqader S. Najmi , “Optimizing the use of swimmer bars as shear reinforcement in the reinforced concrete beams” ,international Journal of Civil and Structural Engineering, Volume 3, No 2 ,October 2012, 313-320
- 27- PN Ballardur, “Cost optimum design of doubly reinforced concrete beam”, Structural and Multidisciplinary Optimization, Volume 15, Issue 4, 1980, Pages 219–222
- 28- P. Sharif, M. N. S. Hadi, M.ASCE, and Lip H. Teh, “Geometric Design Optimization for Dynamic Response Problems of Continuous Reinforced Concrete Beams” ,Journal of Computing in Civil Engineering, Volume 28, Issue 2 , March 2014, 202–209.
- 29- Rao, s. s, “Minimum cost design of concrete beams with a reliability based constraint”, International Journal of Machine Tool Design and Research ,Volume 8, Issue 1, March 1973, Pages33-38
- 30- S. A. Bhalchandra, P.K.Adsul, “Cost Optimization of Doubly Reinforced Rectangular Beam Section”, Vol. 2, Issue5, 2012, pp-3939-3942
- 31- S Darshan, AkshayVarik, Anirudh N Katti , Amit Kumar Singh, Rahul R Kamath, “Size and Topological Optimization of Cantilever Beam”, International Journal of Engineering Trends and Technology, Volume 4, Issue 5, May 2013
- 32- Shan-SuoZheng,a, Lei Zeng, Wei-Hong Zhang, JieZheng, Lei Li and Bin Wang , “Optimum design of SRC composite beams”, International Journal for Simulation and Multidisciplinary Design Optimization

Volume 2, Number 1, January 2008

33- sinanmelih , gebrail, bekdas , “Optimization of RC Beams for Various Cost Ratios of Steel/Concrete” ,Advances in Civil and Mining Engineering, Istanbul University, 36-40

34- s. kanagasundaramt and b. l. karhaloo, “Minimum-cost reinforced concrete beams and columns” ,Computers & Structures, Volume 41, Issue 3, 1991, Pages 509–518

35- Sule, S and Nwaobakata, “ lest cost design of a prismatic simply supported singly reinforced Rectangular concrete Beam”, International Journal of Current Research, University of Port Harcourt, Rivers State, Vol. 3, Issue 9 , August, 2011, pp.090-093

36- Timothy M. Demers , “A Designer’s Approach for Optimizing an End-Loaded Cantilever Beam while Achieving Structural Requirements”, Diss. Rensselaer Polytechnic Institute, 2009

37- Victoria E, Roşca , Elena Axinte , Carmen E, Teleman , “ Practical Optimization of Composite Steel and Concrete Girders” , 2012

38- Yongqiang Li, Yong Chen ,“Beam Structure Optimization for Additive Manufacturing based on Principal Stress Lines”, University of Southern California, Los Angeles , Solid Freeform Fabrication Proceedings, September 2010