



## مقایسه بین کرنل‌های تابع پایه‌ای شعاعی، چندجمله‌ای، خطی و سیگموئید رگرسیون

### بردار پشتیبان

صبغت الله جوینده<sup>1</sup>، مجتبی لژی نظرگاه<sup>2\*</sup>، حمید اسکندری نداف<sup>3</sup>

1- دانشجویی کارشناسی ارشد دانشکده فنی مهندسی دانشگاه حکیم سبزواری

2- دانشیار دانشکده فنی مهندسی دانشگاه حکیم سبزواری

3- دانشیار دانشکده فنی مهندسی دانشگاه حکیم سبزواری

Email: M.lezgy@yahoo.com

### چکیده

در این مقاله مروری به کاربردها و مقایسه کرنل‌های تابع پایه‌ای شعاعی، چندجمله‌ای، خطی و سیگموئید بردار پشتیبان در بتن و ملات سیمان پرداخته شده است. رگرسیون ماشین بردار پشتیبان یکی از بهترین روش‌های نسبتاً جدید پیش‌بینی است که عملکرد بهتری نسبت به شبکه‌های عصبی و سایر مدل‌های آماری دارد. در اثر پژوهش محققان ثابت شده است که در اکثر موارد کرنل تابع پایه‌ای شعاعی دارای عملکرد بهتر و دقت بیشتر نسبت به کرنل‌های دیگری ماشین بردار پشتیبان دارد. روش تابع پایه‌ای شعاعی ماشین بردار پشتیبان یک روش مناسب و جایگزین برای پیش‌بینی خصوصیات مکانیکی ملات سیمان و بتن است.

کلمات کلیدی: ماشین بردار پشتیبان، کرنل RBF، چندجمله‌ای، خطی، سیگموئید

### 1. مقدمه

ماشین بردار پشتیبان (SVM) روش‌های طبقه‌بندی، رگرسیون و پیش‌بینی است و هریک از این روش‌ها حاوی توابع کرنل‌های: خطی، چندجمله‌ای، سیگموئید و تابع پایه‌ای شعاعی (RBF) اند که از نظریه یادگیری آماری حاصل شده‌اند که توسط وپنیک توسعه داده شده است [1, 2]. روش‌های طبقه‌بندی SVM بر اساس اصل جداسازی مطلوب کلاس‌ها است. روش ماشین بردار پشتیبان در بخش‌های مختلفی از علوم از جمله در مهندسی عمران برای ارزیابی و پیش‌بینی خصوصیات مکانیکی ملات سیمان و بتن کاربرد دارد. دقت و عملکرد SVM وابسته پارامترهای مدل و انتخاب نوع کرنل می‌باشد. این روش دارای آموزش نسبتاً آسان و ساده است برخلاف شبکه‌های عصبی در ماکزیمم‌های محلی دچار مشکل نمی‌شود. برای داده‌های با ابعاد بالا تقریباً خوب جواب می‌دهد و مصالحه بین پیچیدگی دسته‌بندی‌کننده و میزان خطا به‌طور واضح کنترل می‌شود. به یک تابع کرنل خوب و انتخاب پارامتر C نیاز دارد. باید یادآور شد پارامترهای Epsilon، C و gamma پارامترهای مدل یاد می‌شوند. این روش با استفاده از حل‌کننده‌های برنامه‌نویسی درجه دوم حل و اجرا می‌شود. نرم‌افزارهای متعدد پیش‌بینی و مدل‌سازی برای آنالیز اجرای آن وجود دارد که در مقالات مختلف از نرم‌افزارهای MATLAB و DTREG، SVMdark، SVMlight و غیره استفاده شده است. برای توضیح این که چگونه ماشین کار می‌کند، شاید ساده‌ترین راه این باشد که در مورد الگوهایی جداگانه که در چارچوب طبقه‌بندی الگویی ایجاد می‌شوند، شروع شود. در این زمینه، ایده اصلی ماشین می‌تواند به شرح زیر خلاصه شود: با توجه به یک نمونه آموزشی، ماشین بردار پشتیبان یک ابرصفحه را به‌عنوان سطح تصمیم در چنین روشی می‌سازد که حاشیه جدایی بین نمونه‌های مثبت و منفی به حداکثر می‌رسد. این ایده

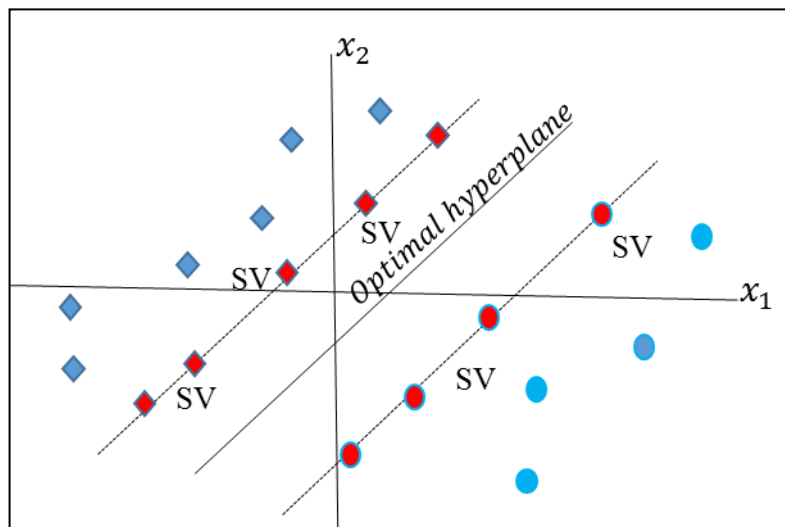
\* Tel: +98 5144012773

E-mail address: [M.lezgy@yahoo.com](mailto:M.lezgy@yahoo.com)



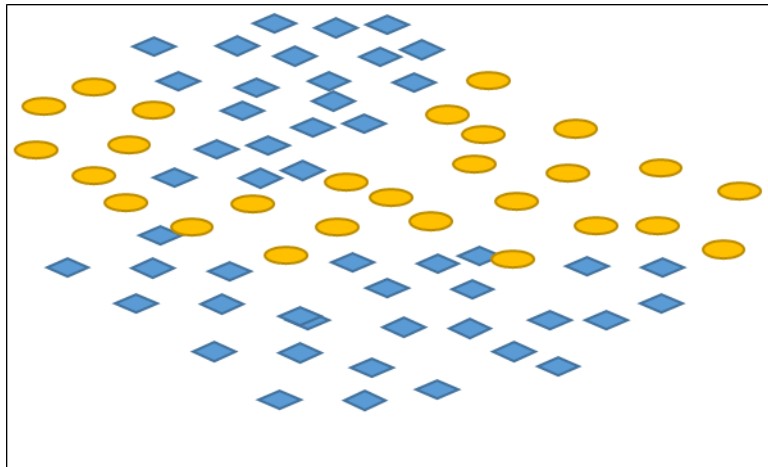
# ششمین کنفرانس ملی مهندسی عمران، معماری و توسعه شهر پایدار ایران

اساسی در یک روش اصولی برای مقابله با موارد بسیار دشوار الگوهای تفکیک‌پذیر غیرخطی بسط داده می‌شود. مهم‌تر از همه، بردارهای پشتیبان شامل یک زیرمجموعه کوچک از نقاط داده شده استخراج شده توسط الگوریتم یادگیری از خود نمونه آموزش است. در واقع، به دلیل این خاصیت مرکزی است که الگوریتم یادگیری، شامل ساخت یک ماشین بردار پشتیبان، به‌عنوان روش کرنل نیز شناخته می‌شود. کرنل RBF غیرخطی نمونه‌ها را به یک فضای با ابعادی بالاتر نقشه می‌دهد، بنابراین می‌تواند روابط غیرخطی بین دسته‌های هدف و ویژگی‌های پیش‌بینی‌کننده را مدیریت کرد. یک تابع خطی مبتنی بر این نمی‌تواند این کار را انجام دهد. علاوه بر این، کرنل خطی یک مورد خاص از RBF است. یک کرنل سیگموئید همانند یک کرنل RBF برای پارامترهای خاص رفتار مشابه دارد. این کرنل دارای پارامترهای کمتر برای تنظیم نسبت به یک کرنل چندجمله‌ای دارد و دارای مشکلات عددی کمتری است. چنانچه قبلاً یادآوری شد کرنل RBF نسبت به کرنل‌های چندجمله‌ای، خطی و سیگموئید دارای نتیجه بهتر و دقت بیشتر است [3-7]. در مجموع داده‌ها به دو دسته داده‌های جدپذیر و جدناپذیر دسته‌بندی شده است. شما می‌توانید از یک ماشین بردار پشتیبان هنگامی استفاده کنید که داده‌های شما دقیقاً در دو کلاس باشند. یک SVM داده‌ها را با یافتن بهترین ابرصفحه طبقه‌بندی می‌کند که تمام داده‌های یک کلاس را از کلاس‌های دیگر جدا کند. بهترین ابرصفحه SVM به معنای آن است که دارای بزرگ‌ترین حاشیه بین دو کلاس است. حاشیه بدین معنی است که عرض حداکثر خط وسطی که موازی به ابرصفحه است که دارای نقاط داده داخلی نیست. بردارهای پشتیبان، نقاط داده‌های هستند که نزدیک‌ترین به ابرصفحه جداکننده هستند، این نقاط در مرز حاشیه قرار دارند. دسته‌بندی داده‌های جدپذیر در شکل 1 نشان داده شده است.



شکل 1. دسته بندی داده‌های جدپذیر

در شکل 1 SVM و Optimal hyper plane به ترتیب تعداد بردارهای پشتیبان و ابرصفحه بهینه (مطلوب) را نشان می‌دهد. در ماشین بردار پشتیبان دو حاشیه وجود دارد عبارتند از حاشیه نرم و حاشیه سخت، که حاشیه نرم از جمله حاشیه عملی و کاربردی در این روش می‌باشد. داده‌های جدا ناپذیر در شکل 2 نشان داده شده است.



شکل 2. داده‌های جدا ناپذیر

در بعضی حالات ممکن داده‌ها با ابرصفحه جدا کننده کاملاً در دو کلاس جدا نشوند، در این حالت از یک حاشیه نرم استفاده می‌شود، به این معنی ابرصفحه که بسیاری از داده‌ها، اما نه همه داده‌ها را جدا کند، در نظر گرفته می‌شود. در این بخش مروری به پژوهشگران که در ارتباط کاربردهای روش ماشین بردار پشتیبان برای پیش‌بینی خصوصیات مکانیکی ملات‌سیمان و بتن پژوهش کردند پرداخته می‌شود. از SVM برای پیش‌بینی و مدل سازی مقاومت فشاری بتن با مقاومت بالا استفاده شده است [5]. سونیبی و همکاران<sup>1</sup> [3] بعضی از خصوصیات تازه بتن خود متراکم را با استفاده از روش ماشین بردار پشتیبان پیش‌بینی کردند. سیوکنیز و همکاران<sup>2</sup> [8] روش WLS-SVM<sup>3</sup> را به‌عنوان یک الگوریتم یادگیری معرفی کردند که می‌تواند توابع پیش‌بینی شده با نمونه‌های کمتر را حفظ کند اما منجر به یک روش قوی‌تر و دقیق می‌شود. مقاومت فشاری بتن با کارایی بالا (HPC) با استفاده از روش‌های رگرسیون خطی (LR)، شبکه‌های عصبی مصنوعی (ANNs) و کرنل تابع پایه‌ای شعاعی رگرسیون بردار پشتیبان (SVR-RBF) پیش‌بینی و بررسی شده است [9]. یان و شی<sup>4</sup> [10] مدول الاستیک بتن معمولی و با مقاومت بالا را با استفاده از SVM مورد بررسی و ارزیابی قرار دادند. یک مدل پیشرفته ترکیبی هوش مصنوعی<sup>5</sup> (AI) که منطبق فازی، SVM و الگوریتم‌های ژنتیکی فشرده سریع را برای پیش‌بینی مقاومت فشاری بتن پیشنهاد داده شده است [11]. خطینیا و همکاران [12] مقاومت فشاری و خمشی ملات سیمان خود متراکم را با استفاده از روش WLS-SVM، پیش‌بینی کردند. چین و همکاران<sup>6</sup> [13] مقاومت فشاری ملات سیمان در معرض حمله سولفات قرار می‌گیرد را با استفاده از روش SVM پیش‌بینی نمودند. در ماشین بردار پشتیبان از تابع تلفات غیرحساس که با علامت  $\epsilon$  نشان داده می‌شود زیاد استفاده می‌گردد که عبارت از برابر فاصله بین ابرصفحه‌های جداکننده است. خطا را که در فاصله‌ی معینی از مقدار دقیق (که کوچک‌تر یا برابر  $\epsilon$  است) نادیده می‌گیرد. خطاهایی که کمتر از  $\epsilon$  است در نظر گرفته نمی‌شود، اما هر انحراف بیش از  $\epsilon$  پذیرفته نمی‌شود یعنی انحراف باید در حد مجاز باشد. تابع خطی  $\epsilon$  در رابطه (1) نشان داده شده است.

<sup>1</sup> Sonebi, M., et al

<sup>2</sup> Suykens, J.A., et al

<sup>3</sup> Weighted Least Squares Support Vector Machine

<sup>4</sup> Yan, K. and C. Shi

<sup>5</sup> Artificial Intelligence

<sup>6</sup> Chen, H., et al.



$$L_{\varepsilon}(t_i, y_i) = \begin{cases} 0 & |t_i - y_i| \leq \varepsilon \\ \zeta_i = |t_i - y_i| - \varepsilon & \text{otherwise} \end{cases} \quad (1)$$

در رابطه (1)،  $t_i$  خروجی مطلوب،  $y_i$  خروجی مدل (تابع قیمت واقعی است)،  $\varepsilon$  تابع غیرحساس که مساوی است با تفاوت بین خروجی مدل و خروجی مطلوب و  $\zeta_i$  هزینه عدم طبقه‌بندی درست را نشان می‌دهد. تابع غیرحساس درجه دوم در رابطه (2) نشان داده شده است:

$$L_{\varepsilon}(t_i, y_i) = \begin{cases} \zeta_i = |t_i - y_i|^2 - \varepsilon & \text{for } |t_i - y_i|^2 > \varepsilon \\ 0 & \text{for } |t_i - y_i|^2 \leq \varepsilon \end{cases} \quad (2)$$

رابطه (2) انحراف داده‌های آموزشی را در خارج از منطقه نشان می‌دهد. این رابطه نشان دهنده فرم اولیه‌ی رگرسیون بردار پشتیبان است.

$$\min \frac{1}{2} w^T w + c \sum_i^N (\zeta_i^- + \zeta_i^+) \quad (3)$$

*Subject to*

$$-t_i + y_i + \varepsilon + \zeta_i^+ \geq 0, \quad t_i - y_i + \varepsilon + \zeta_i^- \geq 0 \quad \& \quad \zeta_i^-, \zeta_i^+ \geq 0, \quad \forall i$$

با استفاده از قانون ضرایب لاگرانژ خروجی مدل چنین بدست می‌آید:

$$y = w^T x + b = \sum_{i=1}^{nSV} (\alpha_i^+ - \alpha_i^-) x_i^T x + b = \sum_{i=1}^{nSV} (\alpha_i^+ - \alpha_i^-) k(x_i, x) + b \quad (4)$$

*subject to*  $0 \leq \alpha_i^+ \leq c, 0 \leq \alpha_i^- \leq c$

در رابطه (4)  $y, w, c, k, b, \alpha$  و  $nSV$  به ترتیب خروجی مدل، بردار وزن، ضریب جریمه، تابع کرنل، ضریب بایاس، ضرایب لاگرانژ و تعداد بردارهای پشتیبان را نشان می‌دهند. هر دو مقادیر  $c$  و  $\varepsilon$  بر پیچیدگی مدل تأثیر می‌گذارند. این ضرایب و نوع تابع کرنل در پیش‌بینی مقادیر خصوصیات مکانیکی ملات سیمان و بتن بسیار مهم است. اگر مقدار  $\varepsilon$  بزرگ‌تر انتخاب شود، تعداد بردارهای پشتیبان کاهش می‌یابد، و اگر مقدار  $\varepsilon$  کوچک‌تر انتخاب شود، تعداد بردارهای پشتیبان افزایش می‌یابد. تنظیم در انتخاب مقدار ضریب  $c$  مستقیماً به دقت و صحت مسئله مربوط می‌شود و همچنین انتخاب نوع تابع کرنل برای دقت مدل بسیار مؤثر است. در این قسمت انواع کرنل‌های ماشین بردار پشتیبان تعریف شده اند که عبارتند از:

$$K(x_i, x_j) = x_i^T x_j \quad \text{خطی} \quad (5)$$

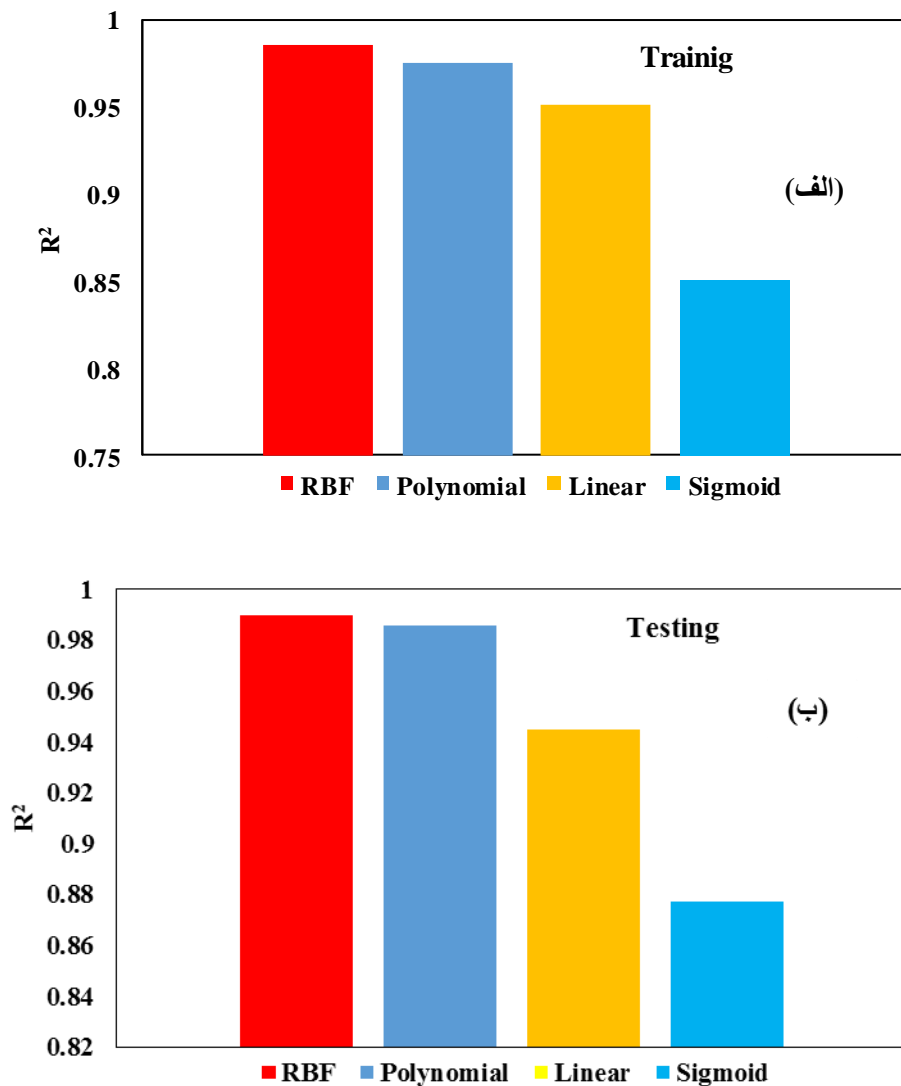
$$k(x_i, x_j) = (1 + x_i^T x_j)^d \quad \text{چندجمله‌ای} \quad (6)$$

$$k(x_i, x_j) = \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} \|x_i - x_j\|^2\right) \quad \text{RBF} \quad (7)$$



$$k(x_i, x_j) = \varphi(\beta_0 + \beta_1 x_i^T x_j) \quad (8)$$

در روابطه (5) تا (8)،  $\varphi$  نشان دهنده الگوهای آموزش، تست، عرض تابع پایه‌ای شعاعی، ابعاد بردار ورودی، ضرایب هسته سیگموئید و تانجانت هیپربولیک است. در این بخش عملکرد و دقت کرنل‌های تابع پایه‌ای شعاعی، چندجمله‌ای و سیگموئید مقاله [7] مورد بررسی قرار گرفت. برای ارزیابی عملکرد و دقت SVM برای پیش‌بینی خصوصیات مکانیکی بتن، ضریب همبستگی<sup>1</sup> ( $R^2$ ) مورد استفاده قرار گرفت. شایان ذکر است افزایش  $R^2$  نشان دهنده عملکرد بهتر و دقت بیشتر است. برای مثال ضرایب همبستگی کرنل‌های مذکور مورد مطالعه قرار گرفت مانند شکل 3.



شکل 3. ضریب همبستگی کرنل‌های تابع پایه‌ای شعاعی، چندجمله‌ای، خطی و سیگموئید رگرسیون بردار پشتیبان:

(الف) آموزش، (ب) تست

<sup>1</sup> Correlation Coefficient



همان طوری که از شکل فوق مشاهده کرنل RBF دارای بیشترین ضریب همبستگی ( $R^2$ ) نسبت به کرنل‌های خطی، چندجمله‌ای و سیگموئید است. نشان دهنده آن کرنل RBF دارای عملکرد و نتیجه بهتر و دارای دقت بیشتر نسبت به کرنل‌های خطی، سیگموئید و چندجمله‌ای است.

## 2. نتیجه‌گیری

در این مقاله مروری به کاربردهای کرنل‌های تابع پایه‌ای شعاعی، چندجمله‌ای، خطی و سیگموئید رگرسیون ماشین بردار پشتیبان پرداخته شد. مقایسه بین کرنل‌های ماشین بردار پشتیبان صورت گرفت. پژوهش‌های که توسط پژوهشگران در ارتباط به کاربردهای ماشین بردار پشتیبان در پیش‌بینی خصوصیات مکانیکی ملات سیمان و بتن صورت گرفته است مورد مطالعه قرار گرفت. فرمول‌های کاربردی رگرسیون بردار پشتیبان در این مقاله آورده شده است. مهمترین نتایج که از این مقاله مروری به دست آمد به صورت زیر است:

1. ماشین بردار پشتیبان نسبت به شبکه عصبی مصنوعی (ANN) دارای دقت بیشتر، عملکرد بهتر است. روش ماشین بردار پشتیبان جایگزین مناسب برای شبکه عصبی مصنوعی در پیش‌بینی مقاومت بتن به دلیل ثبات و عملکرد خوب آن است..
2. کرنل تابع پایه‌ای شعاعی رگرسیون بردار پشتیبان دارای نتیجه بهتر نسبت به کرنل‌های خطی، چندجمله‌ای و سیگموئید است و همچنین کرنل چندجمله‌ای نسبت به کرنل‌های خطی و سیگموئید دارای نتیجه خوبتر است.
3. روش WLS-SVM برای پیش‌بینی خصوصیات مکانیکی بتن دارای عملکرد و نتیجه بهتر نسبت به SVM است.

## 3. مراجع

1. Chen, B.-T., et al., *Estimation of exposed temperature for fire-damaged concrete using support vector machine*. Computational Materials Science, 2009. **44**(3): p. 913-920.
2. Zhang, W. and Z. Song. *Prediction of concrete corrosion in sulfuric acid by SVM-based method*. in *2nd International Conference on Electronic & Mechanical Engineering and Information Technology (EMEIT-2012)*. 2012.
3. Sonebi, M., et al., *Modelling the fresh properties of self-compacting concrete using support vector machine approach*. Construction and Building materials, 2016. **106**: p. 55-64.
4. Yan, K., et al., *Prediction of splitting tensile strength from cylinder compressive strength of concrete by support vector machine*. Advances in Materials Science and Engineering, 2013. **2013**.
5. Gupta, S., *Support vector machines based modelling of concrete strength*. World Academy of Science, Engineering and Technology, 2007. **36**: p. 305-311.
6. Liu, J., et al., *Prediction of autogenous shrinkage of concretes by support vector machine*. International Journal of Pavement Research and Technology, 2016. **9**(3): p. 169-177.
7. Abd, A.M. and S.M. Abd, *Modelling the strength of lightweight foamed concrete using support vector machine (SVM)*. Case studies in construction materials, 2017. **6**: p. 8-15.
8. Suykens, J.A., et al., *Weighted least squares support vector machines: robustness and sparse approximation*. Neurocomputing, 2002. **48**(1-4): p. 85-105.
9. Chou, J.-S. and C.-F. Tsai, *Concrete compressive strength analysis using a combined classification and regression technique*. Automation in Construction, 2012. **24**: p. 52-60.
10. Yan, K. and C. Shi, *Prediction of elastic modulus of normal and high strength concrete by support vector machine*. Construction and building materials, 2010. **24**(8): p. 1479-1485.



11. Cheng, M.-Y., et al., *High-performance concrete compressive strength prediction using time-weighted evolutionary fuzzy support vector machines inference model*. Automation in Construction, 2012. **28**: p. 106-115.
12. Khatibinia, M., et al., *Modeling mechanical strength of self-compacting mortar containing nanoparticles using wavelet-based support vector machine*. Comput. Concr, 2016. **18**(6): p. 1065-1082.
13. Chen, H., et al., *An approach for predicting the compressive strength of cement-based materials exposed to sulfate attack*. PloS one, 2018. **13**(1): p. e0191370.